

Razões Trigonométricas

Curso Preparatório - PROFMAT 2014

Germán Ignacio Gomero Ferrer
gigferrer@uesc.br

13 de Agosto de 2013

Problema 13 (The New York City Contest - Outono 1983)

No triângulo ABC , $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$. Encontre o valor do ângulo C .

Problema 12 (The New York City Contest - Outono 1984)

No triângulo retângulo ABC , o cateto $AC = \sin \theta$ e o cateto $BC = \cos \theta$. Qual é o cateto maior se o comprimento da mediana à hipotenusa AB é $\tan \theta$?

Problema I.2.1 (Chinese National High School Mathematics Competition - 1983/1984)

No triângulo ABC temos $\sin A = 3/5$ e $\cos B = 5/13$. Qual é o valor de $\cos C$?

Problema I.1.3 (Chinese National High School Mathematics Competition - 1983/1984)

No triângulo ABC temos $AB = AC$. Além disso, BC e a altura AD , de A a BC são números inteiros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $\sin A$ é racional e $\cos A$ é irracional, ou ao contrário.
- (b) $\sin A$ e $\cos A$ são racionais.
- (c) $\sin A$ e $\cos A$ são irracionais.
- (d) A racionalidade de $\sin A$ e $\cos A$ depende dos valores de BC e AD .

Problema I.1.3 (Chinese National High School Mathematics Competition - 1981/1982)

Suponha que $a \neq \frac{k\pi}{2}$ para qualquer inteiro k e

$$T = \frac{\sin a + \tan a}{\cos a + \cot a}.$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) T toma apenas valores negativos.
- (b) T toma apenas valores não-negativos.
- (c) T toma apenas valores positivos.
- (d) T toma valores positivos e valores negativos.

Problema I.1.3 (Chinese National High School Mathematics Competition - 1982/1983)

Suponha que ϕ é tal que $0 < \phi < \pi/2$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $\sin \sin \phi < \cos \phi < \cos \cos \phi$.
- (b) $\sin \sin \phi > \cos \phi > \cos \cos \phi$.
- (c) $\sin \cos \phi > \cos \phi > \cos \sin \phi$.
- (d) $\sin \cos \phi < \cos \phi < \cos \sin \phi$.

Problema 10 (The New York City Contest - Primavera 1983)

Se A é um ângulo agudo e $\sin A \cos A = \frac{60}{169}$, encontre o valor numérico de $\sin A + \cos A$.

Problema 17 (The New York City Contest - Primavera 1980)

Encontre todos os ângulos x tais que $0^\circ < x < 180^\circ$ e $\sin^2 x + 2 \cos x = 1$.

Problema 19 (The New York City Contest - Outono 1980)

Se $\sin x = \frac{1}{\tan x}$, quanto vale $\cos x$?

Problema 15 (The New York City Contest - Primavera 1979)

No sistema de coordenadas polares, os vértices de um triângulo são $(6, 30^\circ)$, $(2, 90^\circ)$ e $(4, 150^\circ)$. Encontre a área do triângulo.

Problema 16 (The New York City Contest - Outono 1980)

No triângulo acutângulo ABC , $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ e $ac = 2b$. Encontre o valor numérico de $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos C}{c}$.

Problema 17 (The New York City Contest - Outono 1980)

Os ângulos de um triângulo estão em razão $3 : 4 : 5$. Encontre o valor numérico da razão do seno do menor ângulo ao seno do próximo menor ângulo.

Problema 4 (The New York City Contest - Primavera 1981)

Um círculo de raio 1 é externamente tangente a sete círculos menores e congruentes. Cada um desses círculos menores é externamente tangente a outros dois desses círculos. Calcule o raio dos círculos menores em termos de $a = \sin \pi/7$.

Problema 8 (The New York City Contest - Primavera 1981)

Se o raio de um círculo inscrito em um heptágono regular é 1, encontre a distância do centro do círculo a uma das diagonais maiores em termos de $a = \sin \pi/14$.

Problema 22 (The New York City Contest - Outono 1981)

No triângulo acutângulo ABC , $\sin A = 4/5$ e $\cos B = 5/13$.
Encontre $\tan C$.

Problema 22 (The New York City Contest - Outono 1979)

Se $0^\circ < x < 90^\circ$ e $\tan^2 x - 4 \tan x + 1 = 0$, encontre o valor numérico de $\sin x \cos x$.

Problema 13 (The New York City Contest - Primavera 1978)

Se $\sin x \cos x = \frac{12}{25}$, encontre o valor de $\sin^4 x + \cos^4 x$.

Problema 21 (The New York City Contest - Primavera 1979)

Se $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, quanto vale $\sin^3 x + \cos^3 x$?

Problema 14 (The New York City Contest - Outono 1976)

Se $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, quanto vale $\tan x$?

Problema 19 (The New York City Contest - Outono 1982)

Se $\tan \theta + \cot \theta = \frac{10}{3}$, e $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, encontre todos os possíveis valores de $\sec \theta$?