

Curso Preparatório para o Exame de acesso
ao PROFMAT

Problemas do Primeiro Grau

Prof. Claudemir

claudemirmota@gmail.com

1. (OBM 2013) Os gatos Mate e Tica estão dormindo no sofá. Mate chegou antes e quando Tica chegou, ela ocupou um quarto da superfície que havia sobrado do sofá. Os dois juntos ocupam exatamente metade da superfície do sofá. Qual parte da superfície do sofá ocupada por Tica?

Resposta:

Sendo M a fração da superfície ocupada por Mate e T a fração da superfície ocupada por Tica, temos que $M + T = \frac{1}{2}$ e $T = \frac{1}{4}(1 - M)$.

Logo, $M = 1 - 4t$ e então $1 - 3T = \frac{1}{2}$. Daí $T = \frac{1}{6}$

2. (OBM 2013) As amigas Ana, Beatriz, Cristina e Dalva nasceram no mesmo ano e no mesmo dia, porém em meses diferentes. Dalva é dois meses mais nova do que Ana e quatro meses mais velha do que Cristina. Beatriz é oito meses mais nova que Dava. Qual delas nasceu em Março?

Resposta:

Sendo A, B, C e D os números dos meses em que Ana, Beatriz, Cristina e Dalva nasceram, respectivamente, temos que $D = A + 2$, $D - C - 4$ e $B = D + 8$. Assim, temos que $A = D - 2$, $B = D + 8$ e $C = D + 4$. Daqui, concluímos que: $A \geq 1 \implies D \geq 3$ e que $B \leq 12 \implies D \geq 4$. E isso nos dá duas possibilidades:

- Ana nasceu em Janeiro, Beatriz em Novembro, Cristina em Julho e Dalva em Março.

- Ana nasceu em fevereiro, Beatriz em Dezembro, Cristina em Agosto e Dalva em Abril.

Pelo enunciado, no qual uma delas nasceu em Março, concluímos, portanto que esta só pode ser Dalva.

3. (OBM 2012) Na escola de Esmeralda, neste ano, o aumento do número de alunos em relação ao ano passado foi de 10% para os meninos e 20% para as meninas. Há atualmente 230 alunos, exatamente 30 a mais do que no ano passado. Quantas meninas há na escola?

Resposta

Seja x a quantidade de meninas no ano passado. Então havia $200 - x$ meninos. Assim, como o aumento foi de 10% para os meninos, e 20% para as meninas e 30 no total, temos

$$0,10(200 - x) + 0,20x = 30$$

\Updownarrow

$$x = 100.$$

Logo, após o aumento de 20%, existem $100 \cdot 1,20 = 120$ meninas na escola.

4. (OBM 2012) Esmeralda está caminhando numa pista ao redor de um lago. Faltam 300 metros para chegar à metade do comprimento da pista e 200 metros atrás ela havia andado um terço do comprimento da pista. Cada volta nessa pista corresponde a quantos quilômetros?

Resposta

Sendo x metros o comprimento da pista, Esmeralda já percorreu $\frac{x}{3} + 200$ metros e ainda faltam percorrer mais 300m para que ela chegue à metade. Assim $\frac{x}{3} + 200 + 300 = \frac{x}{2}$. Daí $x = 3000m = 3km$

5. (OBM 2012) Numa loja de ferragens, vários produtos são vendidos no peso. Um prego, três parafusos e dois ganchos pesam 24g. Dois pregos, cinco parafusos e quatro ganchos pesam 44g. Juquinha comprou 12 pregos, 32 parafusos e 24 ganchos. Quanto pesou sua compra?

Resposta:

sejam p a quantidade de pregos, q a de parafusos e r a de ganchos. Então:

$$p + 3q + 2r = 24$$

e

$$2p + 5q + 4r = 44$$

Somando as duas equações, temos $3p + 8q + 6r = 68$. Assim $4.(3p + 8q + 6r) = 4.68$

$$\therefore 12p + 32q + 24r = 272$$

6. (OBM 2010) Os números x e y são distintos e satisfazem $x - \frac{1}{y} = y - \frac{1}{x}$. Então xy é igual a?

Resposta

Temos

$$x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \Leftrightarrow x - y = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \Leftrightarrow x - y = \frac{y - x}{xy}$$

, mas podemos simplificar a diferença, que é diferente de zero. Então

$$1 = -\frac{1}{xy} \Leftrightarrow xy = -1$$

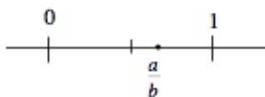
7. (OBM 2005) Numa sequência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?

Resposta

Seja x o primeiro termo. Como o segundo termo é 1, o terceiro termo é $x + 1$, o quarto é $1 + (x + 1) = x + 2$. Como o quinto termo é 2005, $(x + 1) + (x + 2) = 2x + 3 = 2005 \Leftrightarrow 2x = 2002 \Leftrightarrow x = 1001$. Logo o sexto termo é $(x + 2) + (2x + 3) = 3x + 5 = 3.1001 + 5 = 3008$.

8. (OBM 2007) A fração $\frac{a}{b}$, onde a e b são inteiros positivos, representa um número entre 0 e 1, na posição indicada. Qual é um possível valor para a soma $a + b$?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5



Resposta

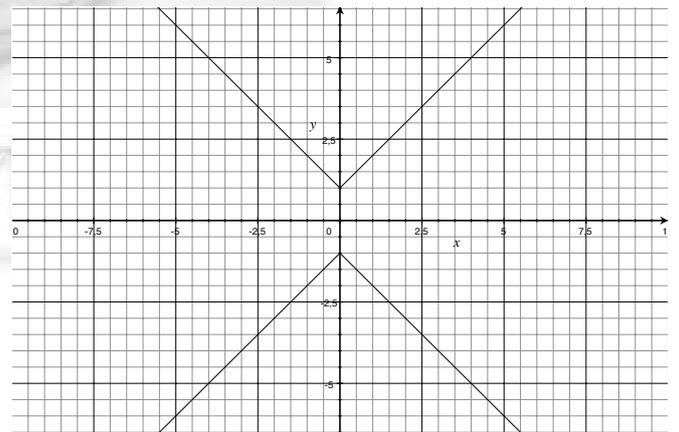
- A soma $a + b$ é 1 se $a = 0$ e $b = 1$, ou seja, $\frac{a}{b} = 0$, Incompatível com o desenho.
- A soma é 2 se $\frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1$, também incompatível.
- A soma é 3 se $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{2}{1} = 2$, ambos incompatíveis.
- Os casos em que a soma é 4 são: $\frac{a}{b} = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{2}{2} = 1$ ou $\frac{a}{b} = \frac{3}{1} = 3$, todos incompatíveis.
- A soma é 5 se $\frac{a}{b} = \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{3}{2} > 1$ ou $\frac{a}{b} = \frac{4}{1} > 1$. Dos quais a possibilidade $a = 2$ e $b = 3$ dá a fração $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \cong 0,67$

9. Esboce o gráfico da equação $|y| - |x| = 1$.

Resposta

Note que

- Se¹ $x > 0$ e $y > 0$, teremos $y - x = 1 \Leftrightarrow y = x + 1$.
- Se $x < 0$ e $y > 0$, teremos $y - (-x) = 1 \Leftrightarrow y = 1 - x$.
- Se $x < 0$ e $y < 0$, teremos $-y - (-x) = 1 \Leftrightarrow y = x - 1$.
- Se $x > 0$ e $y < 0$, teremos $-y - x = 1 \Leftrightarrow y = -x - 1$.



Evidentemente, se $x = 0$ então $y = 1$ ou $y = -1$

¹Lembre-se que $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ ou $x = -a$.